115(上)第一次段考數C3考前練習卷

姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿　　座號：＿＿＿＿

1. 試求 $f(x)=4\sin x-5\cos x$ 的最大值＝ $\sqrt{41}$ ，最小值＝ $-\sqrt{41}$ 。

$\sqrt{16+25}=\sqrt{41}$

2. 試利用指數律化簡下列各式：

(1) $a^5\times a^8$ ＝ a^{13}　(2) $\left(a^4\right)^3$ ＝ a^{12}　(3) $a^5\times\left(\frac{1}{a}\right)^3$ ＝ a^2 。

$\left(\frac{1}{a}\right)^3=a^{-3}$

3. 試計算下列各式的值：

(1) $3^7\times3^{-5}\times3^2$ ＝ 81　(2) $\left(2^{-1}\right)^3\times2^{-2}$ ＝ $\frac{1}{32}$ 。

(3) $\left(4+\sqrt{14}\right)^3\left(4-\sqrt{14}\right)^3$ ＝ 8 。

$=\left[(4+\sqrt{14})(4-\sqrt{14})\right]^3=\left[16-14\right]^3=2^3=8$

4. 試計算下列各式的值：

(1) $\sqrt[4]{5^{12}}$ ＝ 125　(2) $25^{\frac{1}{2}}\times32^{\frac{2}{5}}$ ＝ 20　(3) $27^{\frac{-2}{3}}$ ＝ $\frac{1}{9}$ 。

$5^{\frac{12}{4}}=5^3=125$

$(5^2)^{\frac{1}{2}}\times(2^5)^{\frac{2}{5}}=5\times2^2=20$

$(3^3)^{\frac{-2}{3}}=3^{-2}=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

5. 試比較 $a=\sqrt[4]{27}$ ，$b=\sqrt[3]{3^2}$ ，$c=\sqrt[5]{81}$ 的大小關係為 $c>a>b$ 。

$a=\sqrt[4]{27}=\sqrt[4]{3^3}=3^{\frac{3}{4}}$

$b=3^{\frac{2}{3}}$

$c=\sqrt[5]{81}=\sqrt[5]{3^4}=3^{\frac{4}{5}}$

∵ $\frac{4}{5}>\frac{3}{4}>\frac{2}{3}$ 且底數 $3>1$

∴ $c>a>b$

6. 試求下列各值：

(1) $\left|(-3+4i)(1+i)\right|$ ＝ $5\sqrt{2}$　(2) $\left|(2+5i)^2\right|$ ＝ 29　(3) $\left|\frac{3-4i}{5+12i}\right|$ ＝ $\frac{5}{13}$ 。

$|-3+4i|\times|1+i|$

$=\sqrt{9+16}\times\sqrt{1+1}$

$=5\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

$|2+5i|^2$

$=\left(\sqrt{4+25}\right)^2=29$

$\frac{|3-4i|}{|5+12i|}=\frac{\sqrt{9+16}}{\sqrt{25+144}}$

$=\frac{5}{13}$

7.（1）設 $z_1=3(\cos 25°+i\sin 25°)$，$z_2=2(\cos 20°+i\sin 20°)$，試求 $z_1\times z_2=$ $3\sqrt{2}+3\sqrt{2}i$。

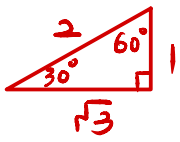
$z_1\times z_2=6(\cos 45°+i\sin 45°)$（3×2；25°+20°）

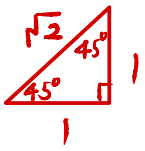
（2）設 $z_1=12(\cos 80°+i\sin 80°)$，$z_2=4(\cos 50°+i\sin 50°)$，試求 $\frac{z_1}{z_2}=$ $\frac{3}{2}\sqrt{3}+\frac{3}{2}i$

$\frac{z_1}{z_2}=\frac{12}{4}(\cos 30°+i\sin 30°)=\frac{3}{2}\sqrt{3}+\frac{3}{2}i$（3；$\frac{\sqrt{3}}{2}$；$\frac{1}{2}$）

8（1）求 $\sin 20^0\cos 40^0+\cos 20^0\sin 40^0=$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$。

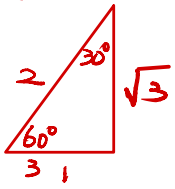
$=\sin(20°+40°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$





（2）求 $\cos 115^0\cos 60^0+\sin 115^0\sin 60^0=$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$。

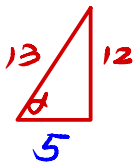
$=\cos(105°-60°)=\frac{\sqrt{2}}{2}$（105°；105°）

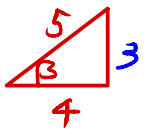


9. 已知 α,β 為銳角，且 $\sin\alpha=\frac{12}{13}$，$\cos\beta=\frac{4}{5}$，試求 $\cos(\alpha-\beta)$ 之值＝ $\frac{56}{65}$。

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$=\frac{5}{13}\times\frac{4}{5}+\frac{12}{13}\times\frac{3}{5}=\frac{56}{65}$

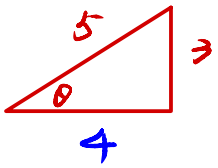




10. 已知 θ 為銳角且 $\sin\theta=\frac{3}{5}$，試求 $\sin 2\theta=$ $\frac{24}{25}$ $\cos 2\theta=$ $\frac{7}{25}$。

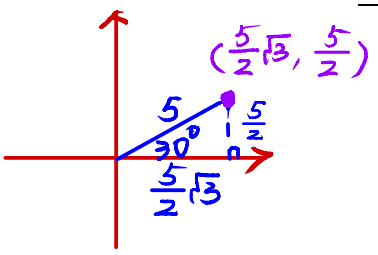
$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$

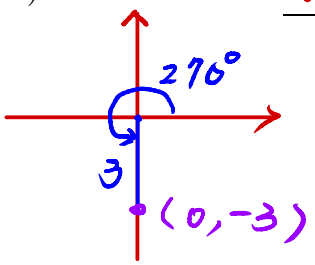
$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=2\times\left(\frac{4}{5}\right)^2-1=\frac{7}{25}$



11. 試將下列各極坐標化為直角坐標：

（1）$(5,30°)$ 化為直角坐標＝$\left(\frac{5\sqrt{3}}{2},\frac{5}{2}\right)$（2）$(3,270°)$ 化為直角坐標＝$(0,-3)$。





12. 試將下列各直角坐標化為極坐標：（取 $r\geq 0$，$0°\leq\theta<360°$）

（1）$\left(4,4\sqrt{3}\right)$ 化為極坐標＝$(8,60°)$ （2）$\left(\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$ 化為極坐標＝$(2,315°)$。

